



POLITECNICO
MILANO 1863

**DIPARTIMENTO DI
SCIENZE E TECNOLOGIE AEROSPAZIALI**

Politecnico di Milano
Corso di Meccanica del Volo nello Spazio 2

Nadalon Emanuele – 637742

Progetto # 1011



BY: Emanuele Nadalon
e link: <https://www.nadalon.it/>

1 – SPECIFICHE DI PROGETTO E CONSIDERAZIONI INIZIALI

1.1 Specifiche assegnate

Satellite spinnato in orbita eliosincrona, parametrizzazione d'assetto con quaternioni, sensori: 1 di Sole a due assi, attuatori: 1 ruota di inezia, 2 ruote di reazione.

1.2 Specifiche adottate

Il satellite assegnato, data l'orbita eliosincrona, è stato interpretato come un satellite per l'osservazione terrestre, in particolare per eventuali rilievi che sia opportuno eseguire quotidianamente nelle stesse condizioni di luce. In particolare si è scelto di stabilire un'orbita circolare sulla linea alba-tramonto, evitando qualsiasi condizione di eclissi, quindi l'orbita è del tipo 2D25R, con periodo orbitale di 115,2 minuti (6912 secondi), inclinazione di $101,77^\circ$ e un raggio orbitale di 7842,6323 Km (1,22 Raggi terrestri) pari a una quota di 1464,4923 Km. Inizialmente ci si è vagamente ispirati al satellite *Sentinel 1* del programma *Copernicus* di ESA.

Pertanto, le specifiche adottate sono: satellite spinnato in orbita eliosincrona, parametrizzazione d'assetto con quaternioni, sensori: 1 di sole a due assi, 1 di stella, attuatori: 3 ruote di reazione.

1.3 Masse e momenti di inerzia

La forma attribuita al satellite è quella di un parallelepipedo con due pannelli solari montati in maniera anti-simmetrica rispetto al piano y-z del satellite (figura 1.1).

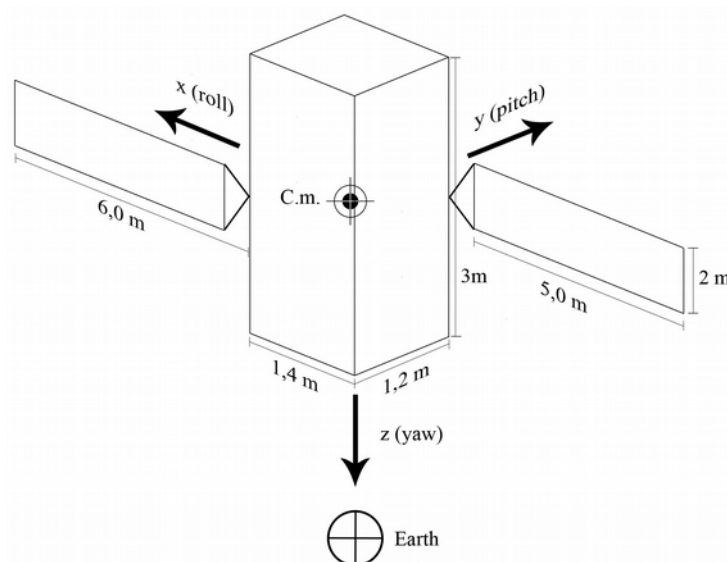


Fig. 1.1

La massa del satellite si è ipotizzata omogenea e uniformemente distribuita, pertanto il baricentro di massa risulta essere il baricentro geometrico del parallelepipedo considerando anche i pannelli solari, e quindi gli assi di simmetria sono anche gli assi principali di inerzia. Il satellite ha una massa di 1750 Kg, mentre i pannelli solari hanno una massa di 16 Kg, per una massa totale di 1766 Kg. I pannelli solari hanno una superficie complessiva di 20 m^2 e sviluppano una potenza nominale di 5000 W (EOL).

Imponendo un sistema di riferimento come quello in fig. 1.1, si avranno i momenti di inerzia del satellite come indicato in tabella 1.1.

Momenti di Inerzia Totali
$I_x = 1486 \text{ Kg m}^2$
$I_y = 1583 \text{ Kg m}^2$
$I_z = 919 \text{ Kg m}^2$

Tabella 1.1

Questi valori rispettano le richieste di stabilità in presenza di gradiente di gravità che verranno illustrate in seguito.

1.4 Terne di riferimento

Il progetto e le simulazioni sono state condotte assumendo la data al giorno dell'Equinozio di Primavera 2018 e pertanto è stata fissata una terna di riferimento “inerziale sul breve periodo”, chiamata ECI, con l'origine nel centro del pianeta Terra, l'asse X diretto verso il punto γ d'Ariete, l'asse Z come l'asse di rotazione terrestre e l'asse Y a completare una terna destrorsa.

È stata poi definita una terna LVLH (terna orbitale) i cui assi sono così definiti: l'asse z è diretto secondo la radiale e verso il centro della Terra, l'asse x è diretto come la velocità tangenziale orbitale (essendo l'orbita circolare) e l'asse y binormale ai precedenti a completamento di una terna destrorsa.

La terna orbitale è la terna obiettivo, e la missione consiste nel cercare di far coincidere gli assi x, y, e z del satellite (anche chiamata terna “Body”) con i rispettivi assi della terna obiettivo. La figura 1.2 mostra tutte le terne di riferimento utilizzate nel progetto. Le matrici di rotazione per passare da una terna ad un'altra (e viceversa invertendo le matrici stesse) sono calcolate con lo script *Orbit_generator.m* e all'interno del blocco *Orbit LVLH and ECI generation*, seguendo le indicazioni che si trovano nello Stark [3] e nel Curtis [4].

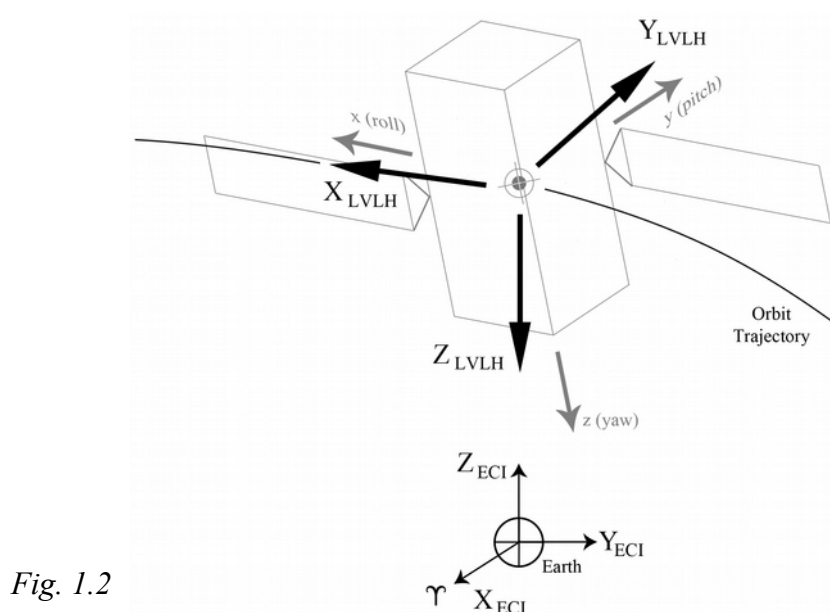


Fig. 1.2

La velocità angolare orbitale è stata indicata con la lettera n e alla quota scelta, ricordando che l'orbita è circolare, vale:

$$n = \frac{2\pi}{6912 \text{ s}} = 9,09 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

L'assetto del satellite è stato parametrizzato secondo le specifiche richieste attraverso l'utilizzo dei quaternioni, che qui sono stati utilizzati secondo la convenzione adottata da Matlab e Simulink, che impone il primo termine che li compone, scalare, e i rimanenti tre componenti, vettoriali:

$$\mathbf{q} = [q_s, q_{v1}, q_{v2}, q_{v3}]^T.$$

2 – EQUAZIONI DEL MOTO

2.1 Equazioni della Dinamica e della Cinematica.

Per realizzare questo progetto ci si è serviti di Simulink. Si sono quindi realizzati i blocchi *S/c Dynamics – Euler's equations* e *S/c Kinematics*.

Il blocco *S/c Dynamics* prende come input le coppie agenti sul satellite (nella terna *Body*) e restituisce come output le velocità angolari. I valori dei momenti di inerzia, così come tutte le grandezze necessarie alle simulazioni del progetto, vengono impostati esternamente come variabili di Matlab tramite lo script *Start.m*. Questo script richiama altri script che inizializzano le variabili di ciascun “macro-blocco” presente nel modello Simulink e sono descritti nell'appendice A.2.

Le equazioni implementate nel blocco *S/c Dynamics*, compresi termini dovuti alle ruote di reazione previste dalle specifiche di progetto adottate, sono:

$$\begin{cases} M_x = I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_z \omega_y + I_{Rx} \dot{\omega}_{Rx} + \omega_y I_{Rz} \omega_{Rz} - \omega_z I_{Ry} \omega_{Ry} \\ M_y = I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I_{Ry} \dot{\omega}_{Ry} + \omega_z I_{Rx} \omega_{Rx} - \omega_x I_{Rz} \omega_{Rz} \\ M_z = I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y + I_{Rz} \dot{\omega}_{Rz} + \omega_x I_{Ry} \omega_{Ry} - \omega_y I_{Rx} \omega_{Rx} \end{cases}$$

Il blocco *S/c Kinematics* riceve in ingresso le velocità angolari del satellite e genera in output il quaternion d'assetto q del satellite integrando nel tempo la formula:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega q$$

Aniché calcolare, come descritto in letteratura, la matrice Ω , si è implementata una funzione che realizza i calcoli senza l'utilizzo di matrici per mantenere il carico computazionale il più leggero possibile (a riguardo si veda Blanke e Larsen [1]). Il quaternion così ottenuto viene poi normalizzato per mantenere la coerenza matematica del quaternion stesso.

3 – DISTURBI

I disturbi a cui un satellite è soggetto in orbita sono i seguenti:

- 1) Gradiente di Gravità;
- 2) Pressione di Radiazione;
- 3) Disturbo magnetico;
- 4) Resistenza aerodinamica.

Sono stati modellati i primi tre disturbi, poiché, data la quota di volo del satellite, il disturbo dovuto alla resistenza aerodinamica è stato considerato trascurabile rispetto agli altri.

Tutti i disturbi sono stati modellati nel macro-blocco **Environmental Torques** all'interno del quale è possibile attivarli o disattivarli attraverso degli interruttori dedicati. Ogni disturbo viene scomposto nelle sue componenti nel riferimento *Body* e sommato alle rispettive componenti degli altri disturbi. Le componenti totali così ottenute vengono poi mandate al blocco della *S/c Dynamics*.

3.1 – Gradiente di Gravità.

È modellato nel blocco **Gravity Gradient Torque**.

Il disturbo dovuto al Gradiente di Gravità è intrinseco all'ambiente nel quale si muove il satellite, ed è generato dalla non uniformità del campo gravitazionale terrestre.

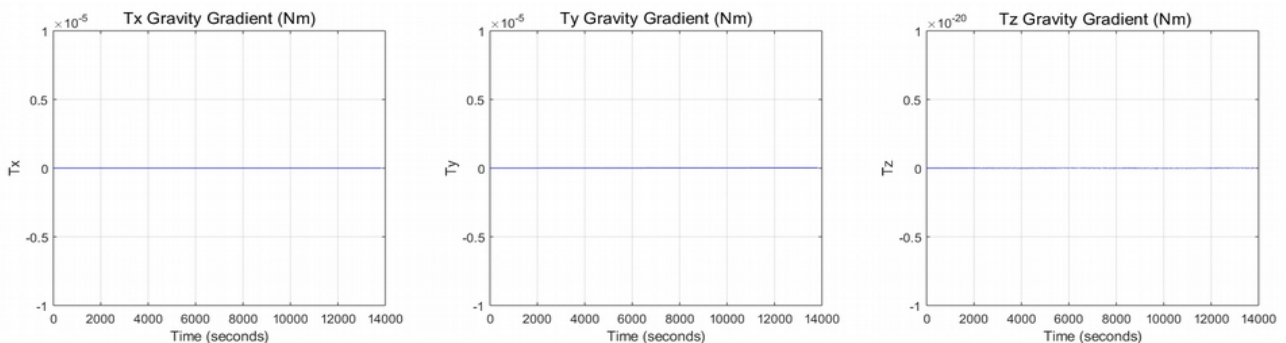
Per calcolarlo si è usata la definizione:

$$T_{GG} = \frac{3\mu}{R_o^3} [\hat{R}_o \times (I \cdot \hat{R}_o)]$$

dove $\mu=3,986 \cdot 10^5 \text{ Km}^3/\text{s}^2$ è la costante gravitazionale della Terra e $R_o= 7842,6323 \text{ Km}$ è il raggio dell'orbita eliosincrona, mentre I è la matrice dei momenti di inerzia del satellite.

In particolare, si è avuta cura di usare il quaternion di assetto per ruotare l'ultima colonna della matrice della terna LVLH, per ottenere il versore \hat{R}_o (Si veda il Wertz [2]).

Considerando il satellite perfettamente allineato con la terna obiettivo LVLH, il disturbo è nullo. I grafici di seguito mostrano l'andamento delle componenti del gradiente di gravità durante due periodi orbitali (13824 secondi):



Si noti come il momento lungo l'asse z della terna Body abbia un ordine di grandezza pari a 10^{-20} , cioè praticamente nullo come prevede la teoria.

3.2 – Pressione di Radiazione.

È modellata nel blocco **Solar Radiation Torque**.

Per la modellazione dei disturbi dovuti alla radiazione si è considerata solo la radiazione solare, trascurando quelle terrestre e lunare. Inoltre si sono trascurati gli effetti delle ombre che il satellite proietta sulle sue superfici. Si è considerato uno spostamento di -5 cm del centro di massa del satellite lungo l'asse di beccheggio y. La geometria del satellite è stata rappresentata attraverso la matrice **ST**, all'interno della Matlab function *Solar Torque*, ed è una matrice 7x10, dove ogni colonna contiene le informazioni relative alle 10 superfici che costituiscono il satellite. Le prime tre righe contengono le componenti del vettore congiungente il baricentro del satellite al centro di pressione di ciascuna superficie (esprese nella terna *Body*), la quarta riga contiene le aree delle superfici esprese in m² e le ultime tre righe contengono le componenti dei versori normali alle superfici (esprese nella terna *Body*).

La Matlab function *Solar Radiation Torque*, attraverso l'utilizzo di un ciclo *for*, calcola i momenti dovuti a ciascuna superficie per poi sommarli restituendo le tre componenti del momento di pressione di radiazione esprese nella terna *Body*, secondo la formula:

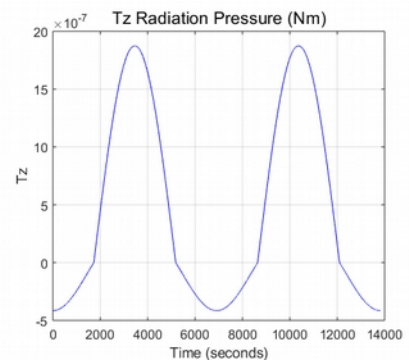
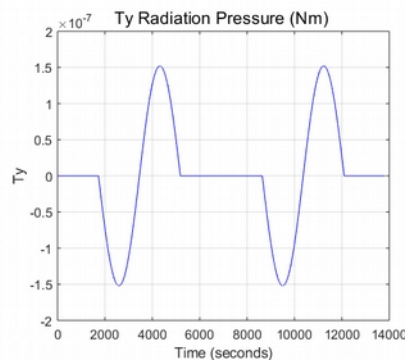
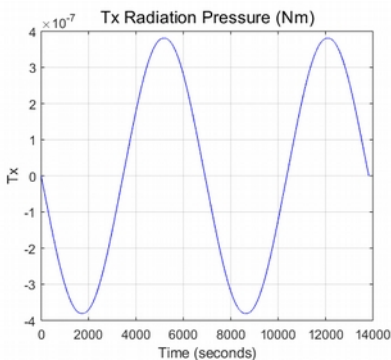
$$\mathbf{T}_{solar} = \sum_{i=1}^{10} \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^{10} \mathbf{r}_i \times \left(-A_i P d_i \left((1-c_s) \hat{s} + 2 \left(c_s \cdot \hat{n}_i + \frac{1}{3} c_D \right) \hat{n}_i \right) \hat{n}_i \cdot \hat{s} \right)$$

dove gli \mathbf{r}_i sono i vettori che collegano il baricentro del satellite ai centri di pressione delle sue superfici, le A_i sono le aree delle superfici, c è la velocità della luce nel vuoto, P è la pressione di radiazione data da F_e/c (con $F_e=1358 \text{ W/m}^2$ intensità della radiazione solare ad 1 A.U. di distanza dal Sole), \hat{s} è il versore della direzione del Sole (approssimato con il versore Sole in ECI visto dal satellite), gli \hat{n}_i sono i versori normali uscenti dalle superfici del satellite, mentre c_s e c_D sono i coefficienti di riflessione e di diffusione della luce, rispettivamente.

Infine d_i è un coefficiente definito come segue:

$$d_i = \begin{cases} 1 & \text{se } \hat{n}_i \cdot \hat{s} > 0 \quad (\text{superficie illuminata}) \\ 0 & \text{se } \hat{n}_i \cdot \hat{s} \leq 0 \quad (\text{superficie in ombra}) \end{cases}$$

I grafici di seguito mostrano l'andamento delle componenti del disturbo di Radiazione Solare durante due periodi orbitali:



Come si vedrà in seguito, il disturbo da radiazione solare è di circa un ordine di grandezza inferiore agli altri disturbi, ma va sottolineato che, a causa dell'orbita eliosincrona scelta, un'orbita del tipo 2R25R, e del raggio orbitale selezionato, il satellite non entra mai in eclissi e pertanto il disturbo dovuto alla radiazione solare è continuo, e non può essere trascurato sull'intera durata della missione essendo un disturbo secolare.

3.3 – Disturbo Magnetico.

È modellato nel blocco *Earth Magnetic Field Torque*.

Il disturbo magnetico è dovuto all'interazione tra campo magnetico terrestre e magnetizzazione residua del satellite. Data l'inclinazione dell'orbita e la quota "bassa" dell'orbita, si è data particolare importanza a tale disturbo cercando di modellarlo nel miglior modo possibile. Si è pertanto optato per il modello ad armoniche sferiche descritto nell'appendice H del Wertz [2], descrivendo il campo sino alla sesta armonica, utilizzando i dati IGRF_12, reperiti sul sito dello IAGA, per l'anno 2015 con le correzioni per il 2018. Allo scopo di alleviare il carico computazionale, si è deciso di descrivere il campo magnetico terrestre calcolando i coefficienti in maniera ricorsiva, così come riportato nella suddetta appendice H del Wertz [2]. Data la complessità del metodo e del modello, si rimanda all'appendice sopra detta per vedere le formule utilizzate.

Il disturbo magnetico T_{mag} è dato da:

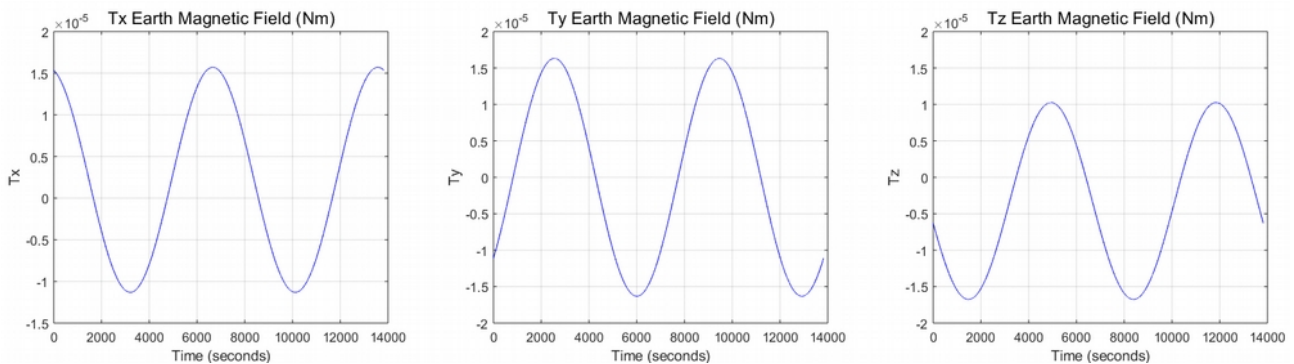
$$T_{mag} = \mathbf{D} \times \mathbf{B}$$

dove \mathbf{B} è il campo magnetico nel punto in cui si trova il satellite (visto nel riferimento *Body*), e \mathbf{D} il dipolo magnetico residuo del satellite, definito come segue:

$$\mathbf{D} = [0.9 \quad 0.9 \quad 0.61] \text{ Am}^2.$$

Il dipolo magnetico totale del satellite è $D = 2 \text{ Am}^2$.

I grafici di seguito mostrano l'andamento delle componenti del disturbo magnetico durante due periodi orbitali:



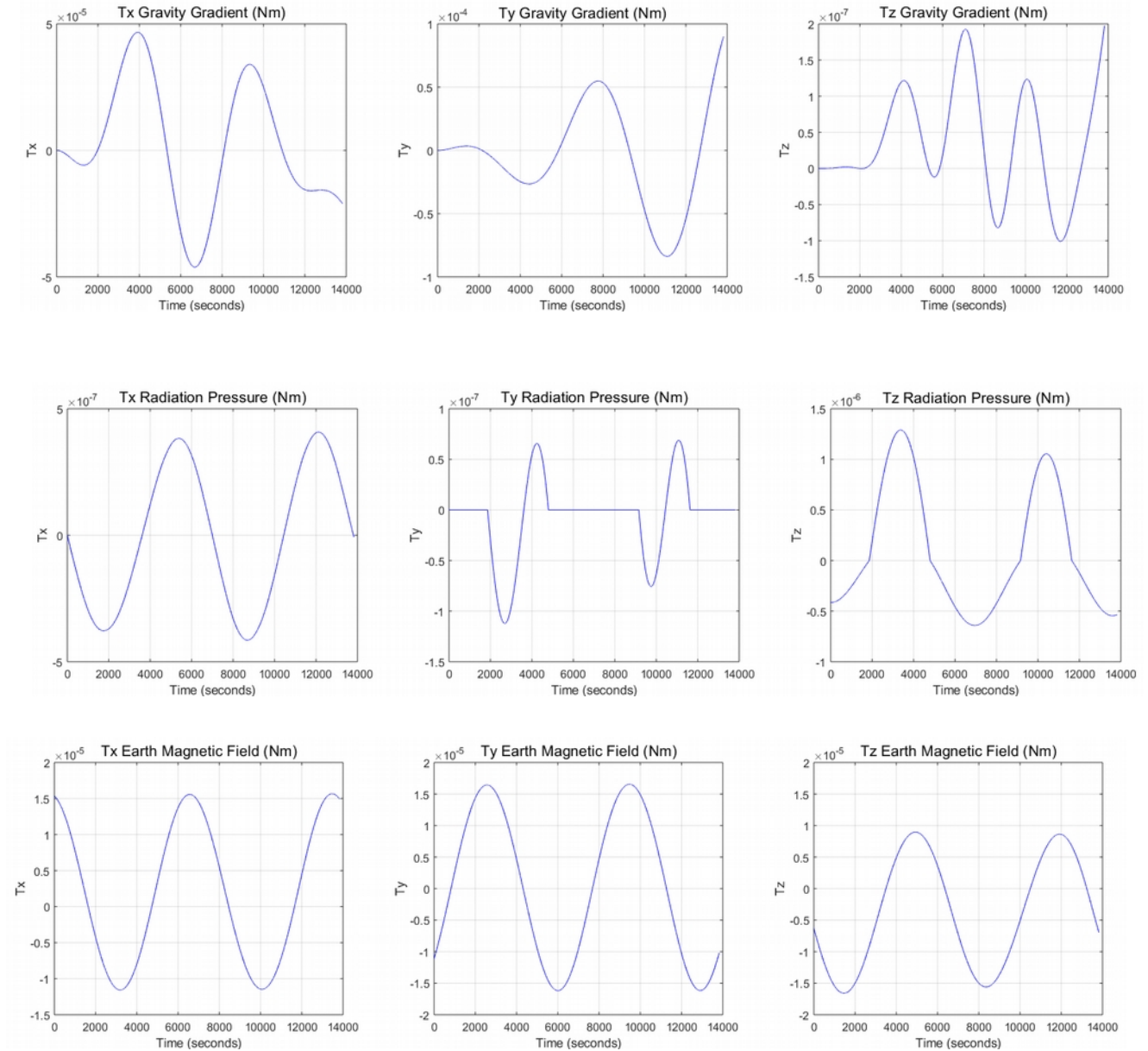
Si può notare come, a causa del tipo di orbita polare, il disturbo dovuto al campo magnetico sia considerevole e in alcuni casi preponderante rispetto agli altri.

3.4 Moto sotto l'effetto totale dei disturbi.

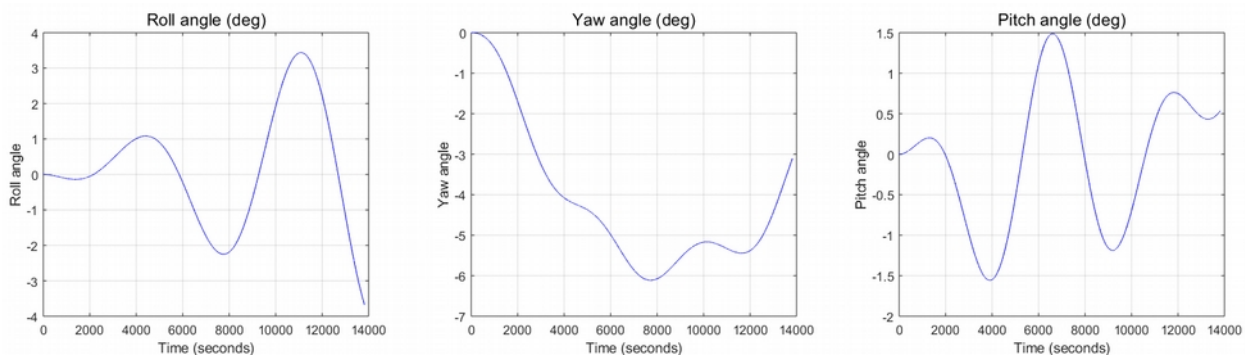
Una volta impostate le condizioni iniziali nominali seguenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0=0 \\ \theta_0=0 \\ \psi_0=0 \end{array} \right. \quad \text{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_{x0}=0 \\ \omega_{y0}=n \\ \omega_{z0}=0 \end{array} \right. \quad \text{con} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi \text{ angolo di rollio,} \\ \theta \text{ angolo di beccheggio,} \\ \psi \text{ angolo di imbardata,} \end{array} \right.$$

si può avviare una simulazione (su due periodi orbitali) per osservare l'effetto dei disturbi sulla dinamica, ottenendo i seguenti grafici:



Si può notare infine come il satellite devii dalla posizione voluta, superando le specifiche di progetto sugli scostamenti degli angoli (imposti a $0,01^\circ$) di più di ben due ordini di grandezza, rendendo evidente la necessità del controllo d'assetto (grafici a pagina seguente).



4 – STABILITÀ DEL SATELLITE

4.1 Stabilità in presenza del Gradiente di Gravità.

Il satellite è stato progettato in modo da risultare stabile sotto l'effetto del Gradiente di Gravità, infatti risulta: $I_y > I_x > I_z$. Inoltre risulta che i coefficienti dei momenti di inerzia sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_z = \frac{I_y - I_x}{I_z} = 0,1055 \\ K_x = \frac{I_y - I_z}{I_x} = 0,447 \end{array} \right.$$

i quali soddisfano la relazione di stabilità in rollio e imbardata: $(1 + 3K_x + K_x K_z)^2 > 16K_x K_z$.

È quindi possibile posizionare la configurazione del satellite sul diagramma K_x/K_z , che ricade in una delle due zone ammissibili (zone in bianco, si veda la fig. 4.1).

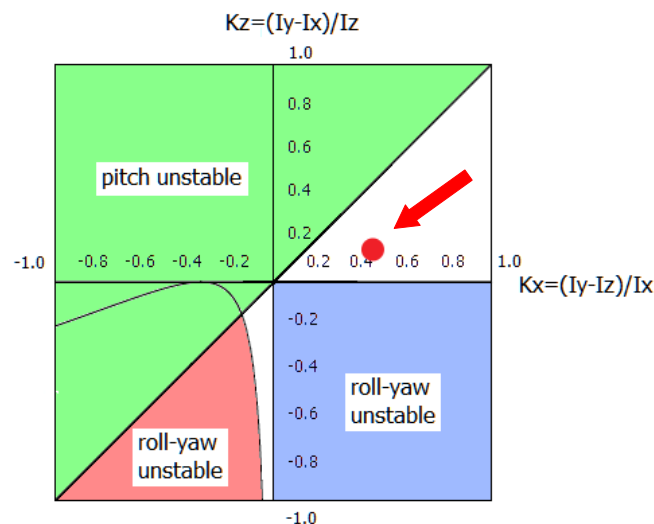
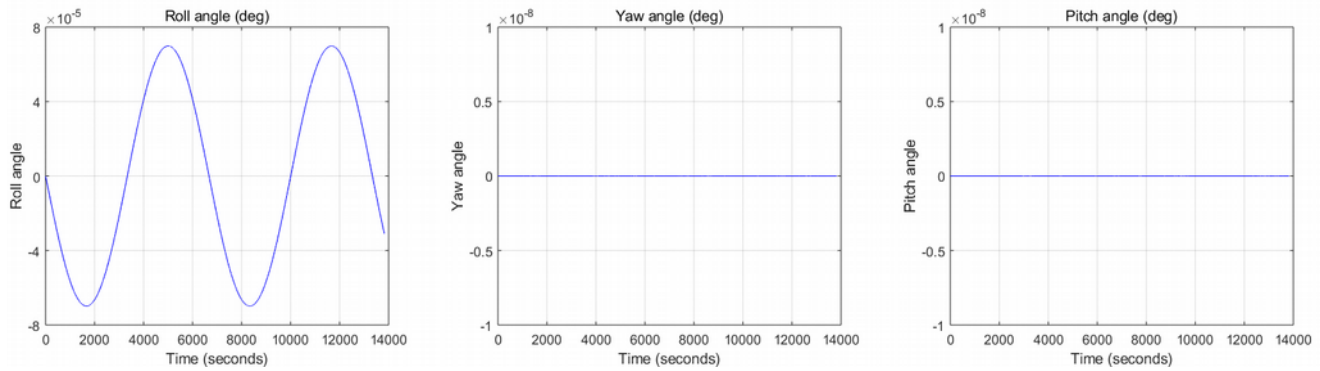


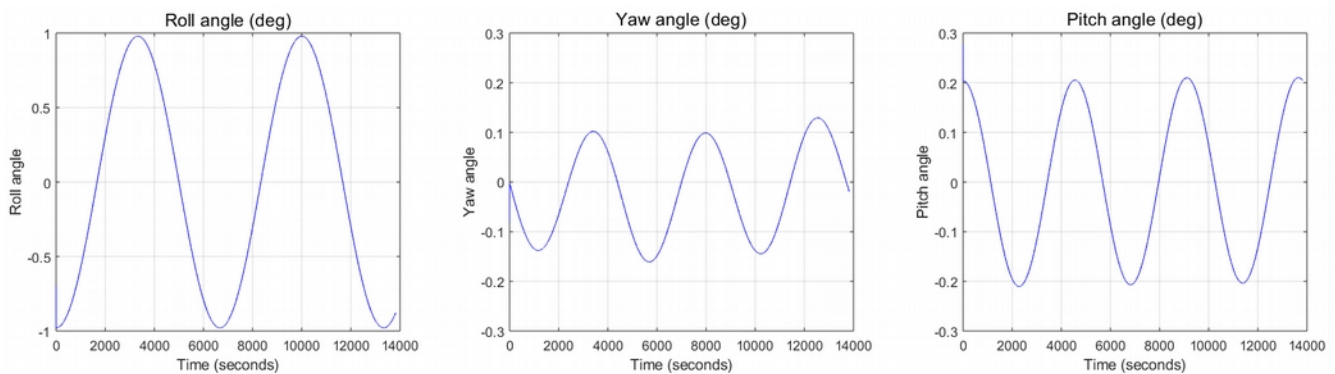
Fig. 4.1

Infine, si possono osservare i grafici del moto del satellite sotto l'effetto del solo gradiente di gravità su due periodi orbitali:

a) per il satellite allineato alla terna obiettivo;



b) per il satellite disallineato di 1° con la terna obiettivo;



Si noti come nel caso a) gli scostamenti del satellite siano ben al di sotto delle specifiche richieste indicando che lo studio della stabilità dovuta ai momenti di inerzia del satellite mostrato in figura 4.1 è corretto e che il satellite è pertanto stabile su tutti e tre gli assi.

5 – SENSORI

5.1 La scelta dei sensori.

I due sensori sono modellati all'interno del macro-blocco **Sensors**.

Date le specifiche assegnate, che constavano di un sensore di Sole, si è reso necessario individuare un altro tipo di sensore, poiché un solo sensore non era bastevole. Una scelta interessante, visto il tipo di orbita, poteva essere quella di un sensore di campo magnetico, che tuttavia non avrebbe soddisfatto i requisiti di precisione della missione di osservazione della superficie terrestre, come nemmeno un sensore di orizzonte. Si è quindi optato per un sensore di stella, montato sul lato opposto del satellite (la superficie con versore $+\hat{y}$) sul quale è stato montato il sensore di sole (la superficie con versore $-\hat{y}$). Non è stato possibile montare il sensore su una superficie con versore ortogonale a quella sulla quale è montato il sensore di Sole (il che avrebbe ottimizzato il calcolo dell'assetto). I versori Sole e Stella hanno dunque un "disassamento" non troppo pronunciato (vedere paragrafi 5.2 e 5.3). Il sensore di stella ha la precisione di un ordine di grandezza superiore a quello di Sole e i due insieme garantiscono così il calcolo dell'assetto restando nei limiti delle specifiche richieste.

5.2 Sensore di Sole

È modellato nel blocco *Sun Sensor*.

Il sensore di Sole è stato realizzato utilizzando il modello matematico del Wertz [2]. Il blocco accetta come input la direzione del Sole (che in ECI è il versore $[1\ 0\ 0]$ generato dallo script *ECI_Sun_direction.m*) vista dal satellite nel riferimento *Body*, e attraverso la matrice di rotazione *SunSRM* (inizializzata dallo script *Sensors_rotations.m*) la ruota nel sistema di riferimento dello strumento. Una volta eseguita la misura, introducendo il relativo rumore, questa viene nuovamente ruotata nel riferimento *Body* e inoltrata al blocco che calcola il quaternioni di errore sull'assetto.

Il sensore di Sole scelto per la missione è l'ISS-DX D5 della SolarMems Technologies (solar-mems.com), che ha un FOV di $10^\circ \times 10^\circ$ e una precisione di $0,005^\circ$ (si veda la nota a pagina 22).

5.3 Sensore di Stella

È modellato nel blocco *Star Sensor*.

Il sensore di stella è stato realizzato utilizzando il modello matematico del Wertz [2]. Il blocco accetta come input la direzione di una stella (che in ECI è il versore generato dallo script *ECI_Star_direction.m*) vista dal satellite nel riferimento *Body*, e attraverso la matrice di rotazione *StarSRM* (inizializzata dallo script *Sensors_rotations.m*) la ruota nel sistema di riferimento dello strumento. Una volta eseguita la misura, introducendo il relativo rumore, questa viene nuovamente ruotata nel riferimento *Body* e inoltrata al blocco che calcola il quaternioni di errore sull'assetto.

Il sensore di stella scelto per la missione è L'Autonomous Star Tracker AA-STR di Leonardo Airborne and Space Systems (leonardocompany.com), che ha un FOV di $20^\circ \times 20^\circ$ e una precisione di 8 arcsec pari a $0,0022^\circ$ (si veda la nota a pagina 22).

5.4 Implementazione dei sensori e calcolo del quaternioni d'errore.

L'output dei due sensori restituisce le direzioni del Sole e della stella nel riferimento *Body*, opportunamente sporcate con un errore di tipo *random* indotto dalla precisione dei sensori. Si hanno così le direzioni misurate, che insieme alle direzioni del Sole e della stella riferite alla terna LVLH vengono mandate al blocco *Attitude determination from sensors* per generare il quaternioni d'errore.

Aniché utilizzare il metodo così detto **TRIAD**, che calcola due terne di assetto partendo dai vettori a disposizione per generare una matrice di coseni direttori dalla quale ricavare gli errori sugli angoli (e che si sarebbe dovuto trasformare in un quaternioni di errore), si è optato per il metodo matematico **Direct Quaternion Method** che ottiene direttamente il quaternioni d'errore dai vettori misurati e di riferimento, e che è descritto in Markley [5].

Al fine di rendere più leggibile il blocco Simulink in questione (che è opportunamente commentato al suo interno), si sono attribuiti i seguenti nomi ai versori di Sole e di stella nei due riferimenti LVLH e *Body*:

- **b₁** versore stella misurato nella terna *Body*;
- **b₂** versore Sole misurato nella terna *Body*;
- **r₁** versore stella misurato nella terna LVLH;
- **r₂** versore Sole misurato nella terna LVLH.

Il quaternione d'errore viene calcolato secondo la formula:

$$\mathbf{q} = c^{-\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot [(\mathbf{b}_1 + \mathbf{r}_1) \cdot (\mathbf{b}_2 - \mathbf{r}_2), (\mathbf{b}_1 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{b}_2 - \mathbf{r}_2)]$$

con c fattore di normalizzazione pari a:

$$c = [(\mathbf{b}_1 + \mathbf{r}_1) \cdot (\mathbf{b}_2 - \mathbf{r}_2)]^2 + |(\mathbf{b}_1 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{b}_2 - \mathbf{r}_2)|^2$$

Il quaternione d'errore, per le proprietà algebriche dei quaternioni che qui non si richiamano, deve assumere il valore $\mathbf{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ quando le due terne *Body* e LVLH (la terna obiettivo) coincidono.

6 – CONTROLLORE

6.1 Le equazioni del controllore.

Allo scopo di progettare il regolatore si devono linearizzare le Equazioni di Eulero che descrivono la dinamica del satellite. Nel caso in questione, data la scelta delle terne di riferimento, il satellite risulta semplicemente spinnato attorno all'*asse di beccheggio* y , e pertanto le equazioni linearizzate risultano essere:

$$\begin{cases} I_x \ddot{\alpha}_x + (I_z - I_y + I_x) n \dot{\alpha}_z - (I_z - I_y) n^2 \alpha_x = M'_{cx} \\ I_y \ddot{\alpha}_y = M'_{cy} \\ I_z \ddot{\alpha}_z + (I_y - I_x - I_z) n \dot{\alpha}_x + (I_y - I_x) n^2 \alpha_z = M'_{cz} \end{cases}$$

Si noti come la seconda equazione risulti disaccoppiata dalle altre due.

La scrittura del regolatore viene semplificata accorpono alcuni termini nelle coppie di controllo, come segue:

$$\begin{cases} I_x \ddot{\alpha}_x = M'_{cx} - (I_z - I_y + I_x) n \dot{\alpha}_z + (I_z - I_y) n^2 \alpha_x = M_{cx} \\ I_y \ddot{\alpha}_y = M'_{cy} = M_{cy} \\ I_z \ddot{\alpha}_z = M'_{cz} - (I_y - I_x - I_z) n \dot{\alpha}_x - (I_y - I_x) n^2 \alpha_z = M_{cz} \end{cases}$$

Infine si noti, che data la parametrizzazione d'assetto coi quaternioni, gli errori sugli angoli si ottengono dalle seguenti relazioni matematiche:

$$\begin{cases} \alpha_x = q_s \cdot q_{v1} \\ \alpha_y = q_s \cdot q_{v2} \\ \alpha_z = q_s \cdot q_{v3} \end{cases}$$

mentre la variazione delle velocità angolari $\dot{\alpha}_i$ sono ottenute facendo la semplice differenza tra velocità angolari in uscita dal blocco **S/c Dynamics – Euler's equations** e quelle volute.

6.2 Leggi di controllo

Sono modellate nel blocco **PID**.

Nonostante all'interno del blocco **PID** siano rappresentati i blocchi per il controllo Integrato, le costanti K_I sono poste tutte nulle, rendendo di fatto il blocco un regolatore PD (proporzionale e derivativo).

L'azione di controllo per tutti gli assi corpo può essere espressa come segue:

$$\frac{M_{ci}}{I_i} = -K_{pi}\alpha_i - K_{di}\dot{\alpha}_i \quad \text{con } i = x, y, z.$$

Le equazioni assumono dunque la forma:

$$I_i\ddot{\alpha}_i + K_{di}\dot{\alpha}_i + K_{pi}\alpha_i = 0 \quad \text{con } i = x, y, z.$$

Confrontando queste equazioni con l'equazione caratteristica (che altro non è che il denominatore della trasformata di Laplace) $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ si definiscono le grandezze:

$$\text{frequenza naturale del sistema non smorzato} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_{pi}}{I_i}} \quad \text{con } i = x, y, z.$$

$$\text{e rapporto di smorzamento} \quad \zeta_i = \frac{K_{di}}{\sqrt{4K_{pi}I_i}} \quad \text{con } i = x, y, z.$$

e si ottengono infine le espressioni che permettono di calcolare i coefficienti desiderati come:

$$K_{pi} = I_i \omega_n^2 \quad \text{e} \quad K_{di} = 2\zeta \omega_n I_i \quad \text{con } i = x, y, z.$$

Imponendo ora che la frequenza naturale ω_n del sistema sia un multiplo della frequenza orbitale n , nello script **PID_control.m** si sono definiti i parametri **multiplo** (=900) e **csi** ($\zeta = 0,707$) così da ottenere i coefficienti in funzione di $\omega_n = \text{multiplo} \cdot n$.

I coefficienti risultano pertanto essere:

$$\begin{cases} K_{px}=994 \\ K_{py}=1059 \\ K_{pz}=615 \end{cases} \quad \begin{cases} K_{dx}=1718 \\ K_{dy}=1831 \\ K_{dz}=1063 \end{cases}$$

Il blocco **PID** manda i momenti di controllo così ottenuti agli attuatori.

7 – ATTUATORI

7.1 Ruote di reazione.

Sono modellate nel blocco **Reaction Wheel Assembly**.

Per controllare il satellite in questa missione si è scelto di utilizzare tre Ruote di Reazione, ciascuna con il proprio asse di rotazione allineato col rispettivo asse principale d'inerzia del satellite, anziché scegliere una configurazione a tetraedro con quattro ruote di reazione come vorrebbe la ridondanza. Non si sono introdotte incertezze sulle misure delle velocità angolari dei rotori, né ritardi sull'attuazione del comando. Si è però introdotto un attrito sulle ruote rappresentato dal guadagno *fric* (friction) all'interno del blocco.

Si sono scelte le ruote di reazione **Reaction Wheel VRW-1** della Vectronic Aerospace (vectronic-aerospace.com), le cui caratteristiche di interesse sono riportate in tabella 7.1 (si veda la nota a pagina 22).

Moment of Inertia	$2.0 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$
Nominal speed	$\pm 5000 \text{ rpm}$
Max. speed	$\pm 6500 \text{ rpm}$
Angular momentum	0.5 Nms
Max torque	$\pm 25 \text{ mNm}$

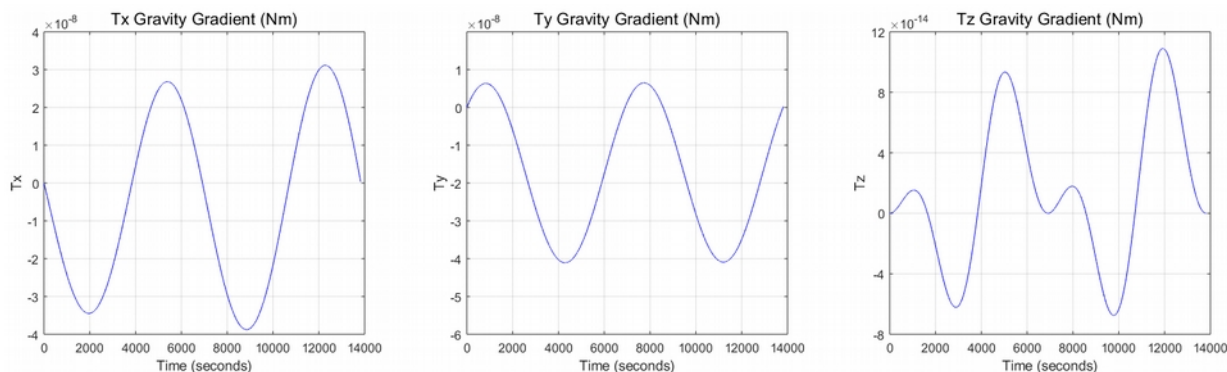
Tabella 7.1

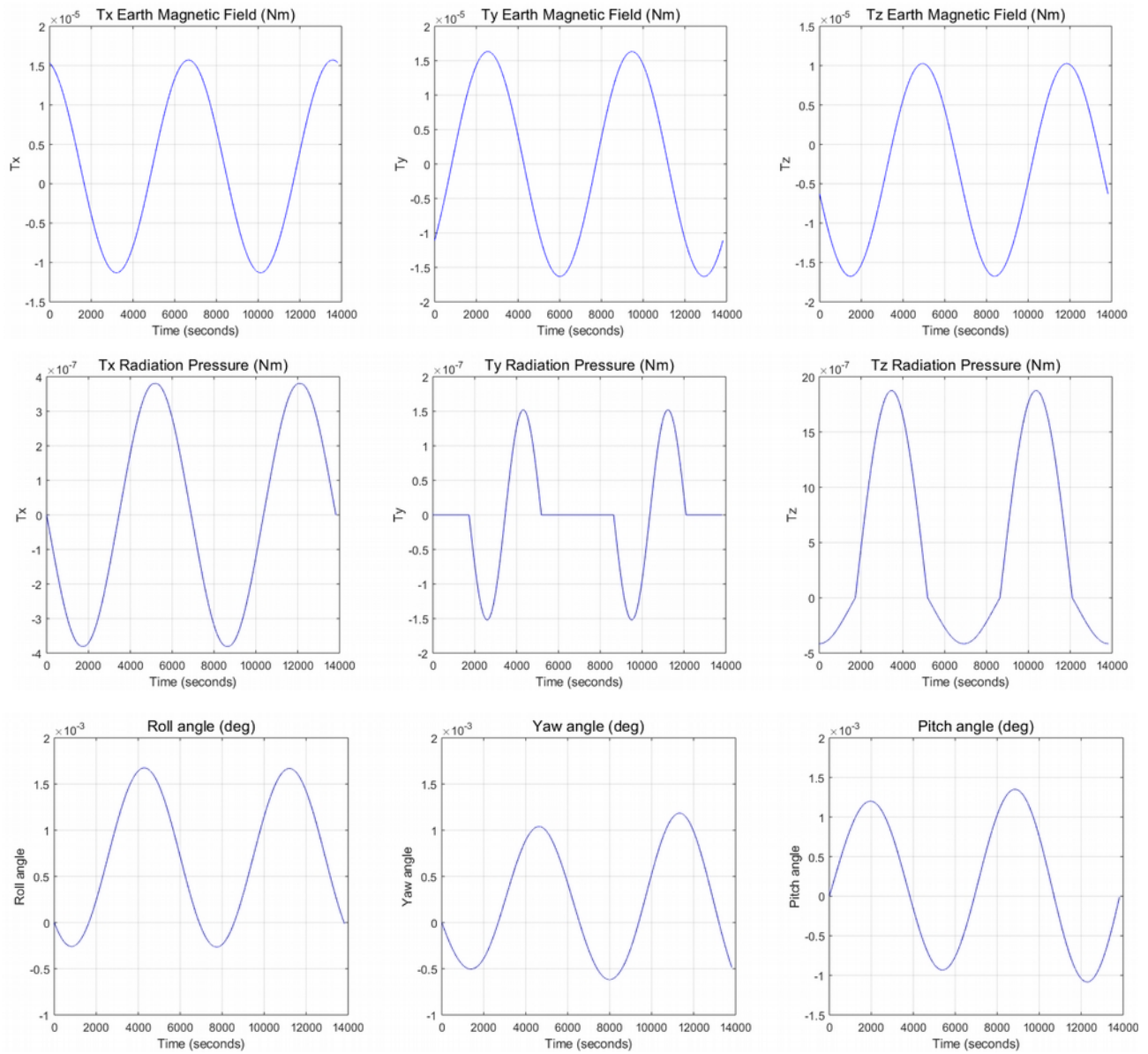
8 – SIMULAZIONE DEL SATELLITE COMPLETO

Si sono eseguite due simulazioni per verificare la bontà del controllore, che sono descritte di seguito.

8.1 Moto controllato a partire dalla condizione nominale

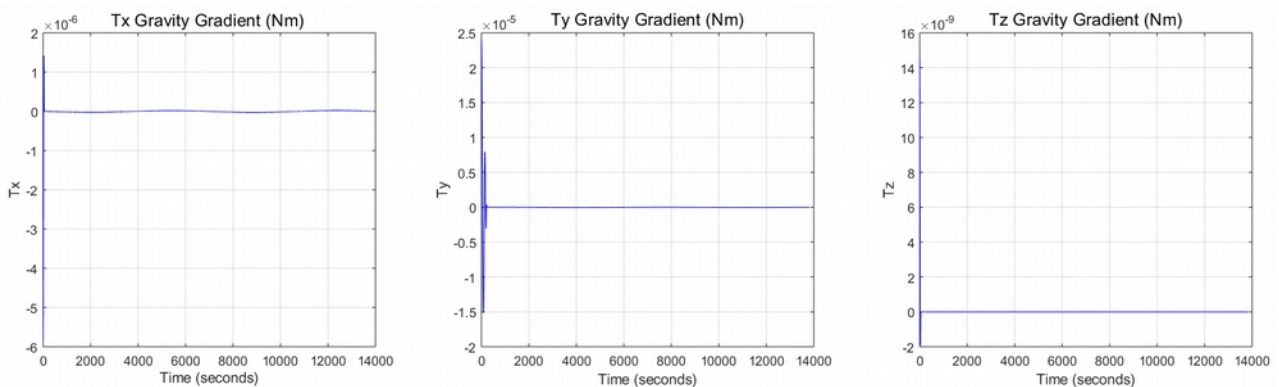
Di seguito si possono osservare i grafici ottenuti con il satellite che parte perfettamente allineato con la terna LVLH. Si può notare come le oscillazioni degli angoli siano abbondantemente dentro le specifiche imposte di $0,01^\circ$.

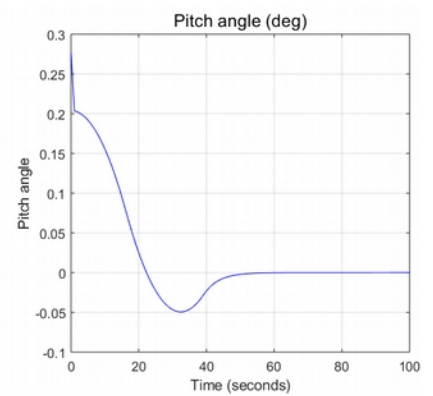
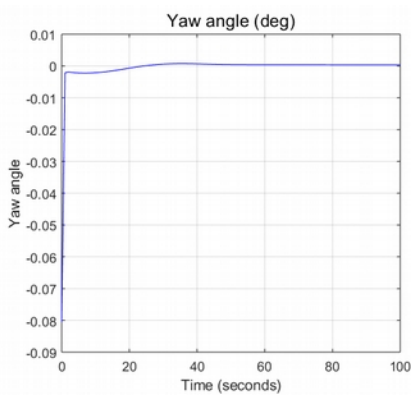
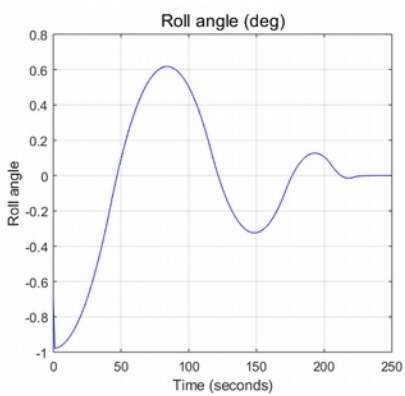
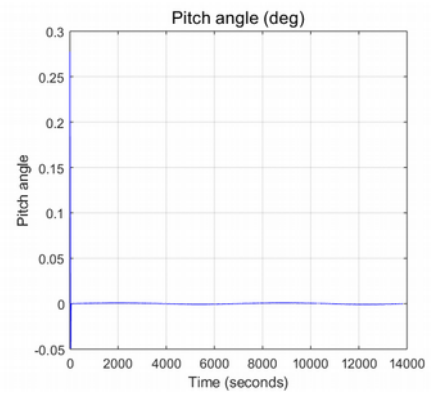
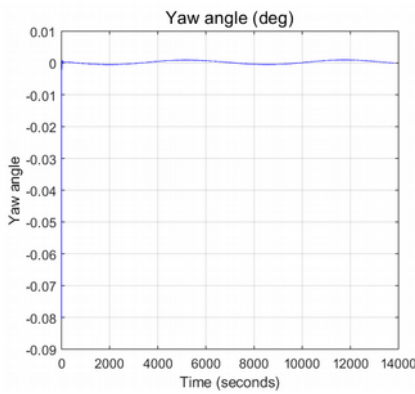
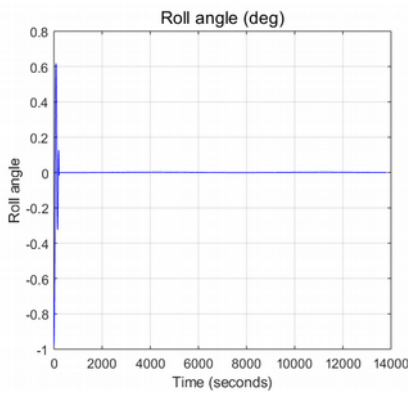
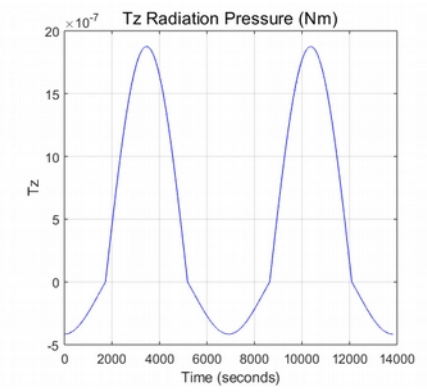
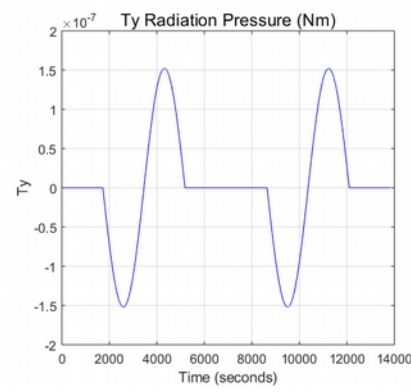
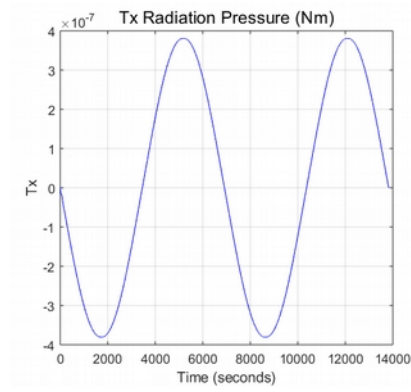
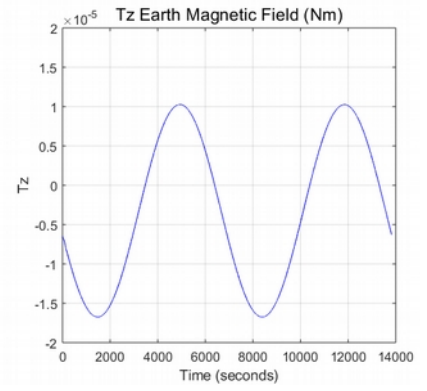
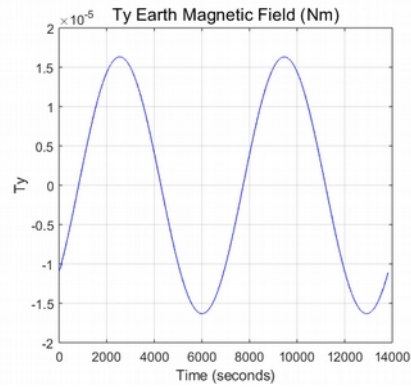
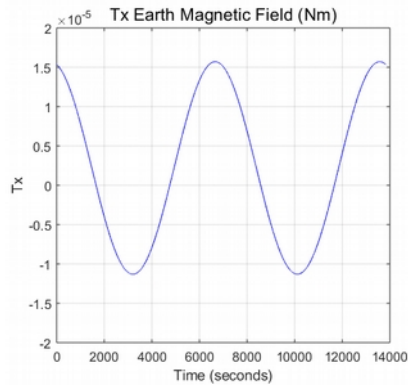




8.2 Moto controllato con sfasamento di 1 grado sugli assi.

Di seguito si possono osservare i grafici ottenuti con il satellite che parte disallineato di 1 grado rispetto alla terna LVLH. Si può notare come, dopo un transitorio di poche decine di secondi, le oscillazioni degli angoli rientrano dentro le specifiche imposte.





8.3 Moto controllato con rumori attivati sulle misure.

Si è provato a condurre delle simulazioni accendendo i rumori sulle misure dei sensori, ma purtroppo non si è riusciti a filtrarli in maniera efficace e tutte le simulazioni hanno dato risultati inattesi. Ad ogni modo i blocchi che generano i rumori delle misure sono stati lasciati, disattivati, nel modello, al solo scopo di completezza concettuale.

8.4 Istruzioni di utilizzo del modello.

Per avviare le simulazioni si deve lanciare innanzitutto lo script **Satellite_Start**.

Se si vuole agire sull'orientamento iniziale del satellite è necessario cambiare il valore in gradi degli angoli contenuti nel blocco denominato *Orientamento iniziale*, evidenziato in verde chiaro, contenuto nel macro-blocco *S/c Kinematics*, e che è impostato sui valori che allineano il satellite alla terna obiettivo LVLH pari a [90 78.23 0] attraverso una rotazione di tipo XZY.

Volendo, si possono modificare i parametri *multiplo* e *csi* nello script *PID_control* per cambiare così i guadagni del controllore.

Infine, si può osservare il comportamento del satellite attraverso il blocco di tipo “scope” denominato *Satellite Behavior* ed evidenziato in colore verde, o attraverso i blocchi “scope” chiamati *Roll*, *Pitch*, *Yaw*, anch'essi evidenziati in verde.

Emanuele Nadalon



APPENDICI

A.1 - Elenco dei simboli nel modello Simulink.

a	raggio orbitale;
Adapt	matrice di adattamento tra terna LVLH e terna <i>Body</i> ;
argp	argomento del perigeo in gradi;
argpr	argomento del perigeo in radianti;
b1	versore Stella nel riferimento <i>Body</i> ;
b2	versore Sole nel riferimento <i>Body</i> ;
C	matrice di rotazione da LVLH a ECI;
C1i	matrice di rotazione attorno all'asse x dell'angolo i (inclinazione orbitale);
C3argp	matrice di rotazione attorno all'asse z dell'angolo argp;
C3RAAN	Matrice di rotazione attorno all'asse z dell'angolo RAAN (Right Ascension of Ascending Node);
cargp	coseno dell'argomento del perigeo;
ci	coseno dell'inclinazione orbitale;
cRAAN	coseno dell'ascensione retta del nodo ascendente;
csi	coefficiente di smorzamento per il controllore PID;
Ct	trasposta della matrice C (esegue la rotazione da ECI a LVLH);
Dx	dipolo residuo del satellite sull'asse x;
Dy	dipolo residuo del satellite sull'asse y;
Dz	dipolo residuo del satellite sull'asse z;
ECIstd	direzione della stella in ECI;
ECIsund	direzione del Sole in ECI;
esplir	angolo esplementare dell'inclinazione orbitale in radianti;
fric	coefficiente di attrito (friction) delle ruote di reazione;
GM	costante gravitazionale planetaria della Terra;
I	matrice dei momenti principali di inerzia del satellite;
inc	inclinazione dell'orbita in gradi;
ir	inclinazione dell'orbita in radianti;
IRw	matrice dei momenti di inerzia delle ruote di reazione;
IRwinv	matrice inversa della matrice IRw;
IRx	momento di inerzia della ruota di inerzia sull'asse x;
IRy	momento di inerzia della ruota di inerzia sull'asse y;
IRz	momento di inerzia della ruota di inerzia sull'asse z;
Ix	momento principale di inerzia del satellite sull'asse x;
Iy	momento principale di inerzia del satellite sull'asse y;
Iz	momento principale di inerzia del satellite sull'asse z;
multiplo	moltiplicatore della frequenza orbitale per il calcolo dei coefficienti del PID;
n	velocità angolare orbitale o frequenza orbitale;
omegan	multiplo della frequenza orbitale;
q	quaternione d'assetto del satellite;
qerr	quaternione d'errore d'assetto;
RAAN	ascensione retta del nodo ascendente in gradi;
RAANr	ascensione retta del nodo ascendente in radianti;
sargp	seno dell'argomento del perigeo;
si	seno dell'inclinazione orbitale;
sRAAN	seno dell'ascensione retta del nodo ascendente;
stl	angolo di inclinazione della direzione della stella rispetto al piano XZ di ECI in radianti;
stld	angolo di inclinazione della direzione della stella rispetto al piano XZ di ECI in gradi;

st2 angolo di inclinazione della direzione della stella rispetto al piano XY di ECI in radianti;
 st2d angolo di inclinazione della direzione della stella rispetto al piano XY di ECI in gradi;
 StarSRM matrice di rotazione dal sistema di riferimento Body a quello del sensore di stella;
 SunSRM matrice di rotazione dal sistema di riferimento Body a quello del sensore di Sole;
 r1 versore Stella nel riferimento LVLH;
 r2 versore Sole nel riferimento LVLH;
 TRwmax massimo momento fornito dalle ruote di reazione (limite di saturazione);
 V velocità tangenziale del satellite;
 wRwmax massima velocità angolare raggiunta dalle ruote di reazione;
 wx0 velocità angolare iniziale del satellite sull'asse x;
 wy0 velocità angolare iniziale del satellite sull'asse y;
 wz0 velocità angolare iniziale del satellite sull'asse z;

A.2 - Descrizione degli script.

- (1) **Satellite_Start**: lancia tutti gli script seguenti utilizzati nel modello;
- (2) **Orbit_generator**: inizializza i parametri orbitali che vengono utilizzati nel blocco *Orbit LVLH and ECI generation*;
- (3) **ECI_Sun_direction**: genera il versore direzione del Sole nel sistema di riferimento ECI;
- (4) **ECI_Star_direction**: genera il versore direzione della stella nel sistema di riferimento ECI;
- (5) **Sensors_rotations**: genera le matrici di rotazione per descrivere i versori Sole e stella nei sistemi di riferimento dei sensori rispetto alla terna *Body* (queste matrici sono utilizzate nei blocchi *Sun Sensor* e *Star Sensor*);
- (6) **Satellite_inertia**: genera il tensore di inerzia del satellite;
- (7) **Sat_mag**: inizializza i dipoli magnetici del satellite che verranno utilizzati nel blocco *Earth Magnetic Field Torque*;
- (8) **Sat_omega_ini**: inizializza le velocità angolari iniziali del satellite sui tre assi principali;
- (9) **RWA**: inizializza i parametri delle ruote di reazione quali momenti di inerzia, velocità angolari massime e momento di reazione massimo;
- (10) **PID_control**: genera le costanti K_{pi} e K_{di} utilizzate nel blocco *PID*.

A.3 – Bibliografia.

A.3.1 Libri utilizzati nello sviluppo del progetto.

- [1] Blanke M., Larsen M. B., *Satellite Dynamics and Control in a Quaternion Formulation*, DTU Technical University of Denmark, 2010
- [2] Wertz J.R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers Group, 1980
- [3] Stark J., *Spacecraft Systems Engineering*, Chichester, UK, John Wiley & Sons, 2003
- [4] Curtis H., *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Burlington, MA, Elsevier Butterworth-Heinmann, 2005
- [5] Markley F. L., *Attitude determination using two vector measurements*, Greenbelt, MD, NASA's Goddard Space Flight Center, 1981.

A.3.2 Ulteriori libri consultati e non richiamati nella relazione.

- [6] Sidi M. j., *Spacecraft Dynamics and Control - A practical Engineering Approach*, New York, Cambridge University Press, 1997
- [7] Gran R. J., *Numerical Computing with Simulink, - vol. I- Creating Simulations I*, Norfolk, Massachusetts, Mathematical Analysis Company, 2007
- [8] Griffin M. D., *Space Vehicle Design*, Reston, Virginia, AIAA education series, 2004
- [9] Tewari A., *Modern Control Design With MATLAB and SIMULINK*, Chichester, UK, John Wiley & Sons, 2002
- [10] Mangiascale L., *Fondamenti di Automatica e Controllo di Veicoli Aerospaziali*, Roma, ARACNE Editrice, 2008.

A.4 – Ringraziamenti

Desidero ringraziare le seguenti persone ed istituzioni per avermi tempestivamente aiutato quando ho chiesto loro supporto nello sviluppo di questo progetto:

- Prof. Mogens Blanke, DTU Electrical Engineering Department, Technical University of Denmark;
- Prof. Paolo Massioni, INSA de Lyon, France;
- SCI Team Copernicus Services Coordinated Interface ESA service operated by Airbus Defence and Space Intelligence.

Indice

1. Specifiche di progetto e considerazioni iniziali	pag. 2
1.1 Specifiche assegnate	pag. 2
1.2 Specifiche adottate	pag. 2
1.3 Masse e momenti di inerziale	pag. 2
1.4 Terne di riferimento	pag. 3
2. Equazioni del moto	pag. 4
2.1 Equazioni della Dinamica e della Cinematica	pag. 4
3. Disturbi	pag. 5
3.1 Gradiente di gravità	pag. 5
3.2 Pressione di radiazione	pag. 6
3.3 Disturbo magnetico	pag. 7
3.4 Moto sotto l'effetto totale dei disturbi	pag. 8
4. Stabilità del satellite	pag. 9
4.1 Stabilità in presenza del Gradiente di Gravità	pag. 9
5. Sensori	pag. 10
5.1 La scelta dei sensori	pag. 10
5.2 Sensore di Sole	pag. 11
5.3 Sensore di stella	pag. 11
5.4 Implementazione dei sensori e calcolo del quaternioni d'errore	pag. 11
6. Controllore	pag. 12
6.1 Le equazioni del controllore	pag. 12
6.2 Leggi di controllo	pag. 13
7. Attuatori	pag. 14
7.1 Ruote di reazione	pag. 14
8. Simulazione del satellite completo	pag. 14
8.1 Moto controllato a partire dalla condizione nominale	pag. 14
8.2 Moto controllato con sfasamento di 1 grado sugli assi	pag. 15

8.3 Moto controllato con rumori attivati sulle misure	pag. 17
8.4 Istruzioni di utilizzo del modello	pag. 17
<i>Appendici</i>	pag. 18
A.1 - Elenco dei simboli nel modello Simulink	pag. 18
A.2 - Descrizione degli script	pag. 19
A.3 - Bibliografia	pag. 20
A.3.1 Libri utilizzati nello sviluppo del progetto	pag. 20
A.3.2 Ulteriori libri consultati e non richiamati nella relazione	pag. 20
A.4 - Ringraziamenti	pag. 20
<i>Indice</i>	pag. 21

Nota: di seguito i link ai datasheet dei sensori e delle ruote di reazione.

Sun sensor: <https://www.solar-mems.com/solar-tracking/>

Star sensor: <https://www.leonardocompany.com/it/products/aastr?f=/search>

Reaction wheels: <https://www.vectronic-aerospace.com/reaction-wheels/>



BY: Emanuele Nadalon
e link: <https://www.nadalon.it/>